11 класс.

**Иррациональные уравнения , неравенства и системы.**

( углублённая программа).

№1. Иррациональные уравнения. (Нестандартный способ решения).

**1.+=3** Введение новой переменной.

РЕШЕНИЕ:

t=, где 4х-3, 2t+=3 , 2t2-3t+1=0.

=1 , 2х-1= , 4х2-4х+1=4х-3 , 4(х-1)2=0 , х=1 х.

t2= , 4х-2= 16х2-16х+4=4х-3 , 16х2-20х+7=0, р.нет .

Ответ:х=1.

**Примеры на закрепление:**

1); (2)

2); (1)

3); (4)

4); (1)

5); (1)

6); (3)

7); (1)

8); (3)

9); (1)

10) ; (2)

11) ; (2)

12) ; (4)

13) . (1)

**№2..**

Решение:

О.Д.З., х2+2х-3, х.

. Введение новой переменной.

2+2х=t, , -9*t+9=9-6t=t2, t2-7t=0, t=0 и t=7 (не уд.).*

*х2+2х=0, х=0 и х=-2. Указать сумму корней:-2+0=-2.*

*Ответ:-2*

***Примеры на закрепление:*** Указать сумму корней.

1)-х2=1-х ; (1)

2)+2х2=3-8х; (-4)

3) +х2=13-3х; (-3)

4)+х2=х+24; (1)

5) +х2=3х+1; (3)

6) +х2=1-6х; (-6)

7) +х2=2-9х; (-9)

8) +х2=1+10х; (10)

9) -х2=5-5х; (5)

10) +2х2=2-2х; (-1)

11) +2х2=1+8х; (4)

12) +х2=1-10х; (-10)

13) +х2=9-х; (-1)

14) +3х2=2-15х. (-5)

**№3 . Возведение в куб.**

Решение:

3х+5+3,

,

(3х+5)(3-3х)=0,

3х+5=0 или 3- 3х=0,

Х=- или х=1. Указать наибольший корень.

Ответ: 1.

**Примеры на закрепление:** Указать наибольший корень.

1. ; (3)

2.-; (1)

3.; (5)

4.; (2)

5.; (-3)

6.; (-4)

7.; (2)

8.; (6)

9. (2)

**№4**Умножим обе части уравнения на 2.

.

2(,

2(,

t= , t

2t=t2-15, t2-2t-15=0 , t=5 и t=-3 не удовлетворяет,

*, Возведём в квадрат.*

, х.

2-3х-4=196-28х+х2,

:х=8.

1. ; (5)
2. (2)
3. (7)
4. ; (3)
5. (6)

**№5 (.** Раскроем скобки.

,

+(,

, t3+t-2=0 , (t-1)(t2+t+2)=0 , t=1.

, возведём в куб.

,

,

,

2+х-20 = 0,

или х=4.

Указать сумму корней.

:-1.

**Примеры на закрепление:**  Указать сумму корней.

1. ( (-5)

2. ( (1)

3. ( (2)

4. ( (0)

5. ( (-4)

6. (; (-3)

7. ( (-2)

**№6**

О,Д.З.; ; х.

**Первый способ**: возведение в квадрат.

7х-х2+4+х2-2х-4-2;

2х=,

(7х-х2+4)(х2-2х-4)=4х2,

Х4-9х3+10х2+36х+16=0 разделим на х2,

Х2+, t= х-, t2=х2-8+, =t2+8,

t2+8-9t+10=0, t2-9t+18=0 , t=6 и t=3.

Х-=6 и х- =3,

Х2-6х-4=0 , х=3,

Х2-3х-4=0, х=-1 не удовл. И х=4.

Ответ: х=4 .

Второй способ решения: деление на .

,

, t=x-,

, t

,

,

, t. t

2=t-2,

2-9t+18=0 , t=6 и t=3,

Х-=3, х2-3х-4=0, х=-1 не удовлет. и х=4.

Ответ: х=4.

**Примеры на закрепление:**

1., (3)

2., (1)

3., (1)

4. , (2)

5. , (1)

6. , (3)

7. , (2)

8. , (5)

9. , (1)

10. , (1)

11. , (1)

12. , (1)

13. . (1)

**Уравнения, содержащие неизвестное под знаком модуля**.

Решить уравнение, в ответе указать число целых корней уравнения.

№7 **,** t=,

,

t, 1-t+3-t=2 , t=1 (не уд.),

t, 1,

t , t-1+t-3=2, t=3 ( не уд.)

,,, х,х=

Ответ: 9.

**Примеры на закрепление:**

1.; (16)

2.; (6)

3.; (9)

4.; (9)

5.; (9)

6.; (25)

7.; (13)

8.; (13)

Указать сумму целых решений.

9.; (8)

10. ; (24)

11. ; (105)

12. ; (14)

13. ; (28)

14. (75)

**№8 х-3=( Указать сумму корней.**

, х-3=1+х-2-2х2-2

=0,

,

,

,

Проверка : х=-2 не удовлетворяет.

5

**Примеры на закрепление:**

1.х-8=(; (10)

2.х-15=(; (17)

3.2х-6=(; (5)

4.4х+3=(; (1,25)

**№9 (х-2)**2 **= 7(2**

(х-2)2-7(2=0,

, а2-7ав-8в2=0,

,

или ,

,

26-х=8

Х+1=

676-52х+х2=64х+448,

Х2+2х+1=х+7, если х

Х2-116х+228=0 х=114 и х=2

Х2+х-6=0, х=-3 и х=2

Все корни не принадлежат

2) х

Х-2=8

Х+22=8 5-х=

Х2+44х+484=64х=448 25-10х+х2=х+7,если х

Х2-20х+36=0 х2-11х+18=0

Х=18 и х=2 х=9 и х=2, где 9 не уд.

Решение: х=18 и х=2 .Сумма равна 20.

Ответ: 20.

**Примеры на закрепление:**

1.(х-3)2=72, (22)

2.(х-4)2=9(2, (48)

3.(х+2)2=7(2, (-20)

4.(х+2)2=9(2, (-44)

**№10 Указать наибольший корень.**

,

,

, t=,

,

*,* -t-1-t+3=4 , -2t=2 , t=-1 (не уд.);

, t+1-t+3=4 , 0t=0 , t;

t+1+t-3=4, 2t=6, t=3 ( не уд).

. ;;; х.наибольший корень-8.

: 8.

**:**

1. . (0)
2. , (-2)
3. , (-2)
4. , (5).

**Раздел2. Иррациональные неравенства.**

Если а.Если в неравенстве чётная степень , то обязательно находим область допустимых значений исходного выражения.

**Первый способ** решения- нахождение О.Д.З.

;; решений нет.

**,**

, , х, но при этих значениях х правая часть

меньше левой , следовательно неравенство не имеет решения.

,

, , х=6,5. Проверка даёт решение.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| **1) и**  **2)** | **1) и**  **2)** | **У(х)** |

**4.,**

1) ;;;,

2) ; ; 1.

Объединение двух решений .

Ответ:.

**5..**

1);;;,

2);;

Объединяем решения двух систем .

Ответ:.

**6..**

;

;;

;;,

;;; -1.

..

:.

:

..

.

**Третий способ:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  | f(x)(x) |

**1),**

;;.

:.

;

;;;

; ; ;

;;

.

**.**(аналогично).

.

;

;;

**Ответ: решений нет.**

**5)**,

,

;; решений нет.

1.;

2.;

3.;

4.;

5.;

6..

Другие виды неравенств:

1. **,**

;;;

на этом промежутке знаменатель отрицательный, умножим обе части неравенства на 1+х.

; ; 1-х3;

−х)(1+х+х2)-(х2+х+1)2 (1+х+х2)(1-х-х2-х-1); х(х+2).

;.

знаменатель положительный.

; 1-х3;.

; .

Объединение двух случаев даёт ответ .

**2.;**

О.О.Н.;; .

1-х, учитывая область определения имеем:

+1+х; 1-2х+х2-2-1-хх2-3х-2; . Учитывая область определения имеем

.

; О.О.Н.:;; ;.

;

а);;; ;;

;.

;; решений нет.

:.

**−1);**

;;; .

**;**

; ; ; .

:.

**;** О.О.Н.; .

;; На О.О. знаменатель положительный, следовательно: ;

2-16; 16х ; х**н,м.ц.р. х=6.**

**.** Найти число ц.р.

.О.Н.;; ;;.

; ; ; при х

х1-хх2+5х+3;,

учитывая область определения имеем решение:, число целых решений два х=0 и х=1.

Ответ: два.

**8).** Найти число ц.р.

О.О.Н.;; х

Х+1;

5-х, при х, х.

;

Х2+7х-30; ;,

целое решение х=3.

Ответ: одно.

**9);** Найти наиб. Ц р.

О.О.Н. ; .

= у; у; =у2; у4==2; у2-2уу4-2у2-4у

у2+2у+2); у (у-2); и у,

.

;; ; ; .

, целые решения наибольшее-х=7.

**;** Найти н.чётное ц. р.

О.О.Н.; ; .

; ; ;

; ; ;;

; Учитывая О.О. имеем . Х=2.

: 2.

; Найти сумму целых решений.

; ; ; ; ;; .

: 2.

**;** Найти наименьшее целое решение.

;

;

; у=; у, х;

;

а); ; ;;

;;

б) ;; у;; х-4; х

. Н.ц.р х=7.

: 7.

**.** Найти сумму целых решений.

;, ;

;; р нет.

; ; . Реш. системы .

Целые решения :. Сумма—2.

**:-2.**

**;** Найти наименьшее ц. р.

.О.Н..

; ; ;

;;;

.Учитывая область определения имеем.

−10.

: 10.

: найти:

1. х-4; ∑ ц.р. (325)

.; н.ц.р (5)

3.; н.м.ц.р. (9)

4.; н .м.ц.р. (6)

5.; н.б.ц.р. (2)

6.; н.б.ц.р. (5)

7.; н.м.ц.р. (13)

8.; н.м.ц.р. (15)

9.; н.м.ц.р. (4)

10.; н.м.ц.р. (8)

11. 5-2х; ч.ц.р. (13 )

12. ; число ц.р. (3)

13. ; ч.ц.р. (5)

14. ; ч.ц.р. (3)

15. . Ч.ц.р. (5)

**Раздел 3. Решение систем уравнений и неравенств.**

1. **;**;;;

2-8у+4=0; у2-2у+1=0;(у-1)2=0; у=1.

−4=4..

:.

;;;

;; у4-25у2+144=0; у2=16 и у2=9;

У1=4, х1=3

У2=-4, х2=-3

У3=3, х3=4

У4=-3, х4=-4

Ответ: .

**3);**

а-; 2а2-3а-2=0; а=2 и а=-0,5 (не уд.)

; ; х=4у; Подставим во второе уравнение.

2-9=0; 4у2+5у-9=0; у=1 и у=-2,25. Тогда х=4 и х=-9.

.

;

т.к. х

; , подставим во второе ур-е.

-(3+у=28; ; а=;

а2-2а-3=0; а=3 и а=-1;

; у-2=27 ; у=29 и х=1. (Не уд.)

; у-2=-1; у=1 и х=-3.

: .

; ;;;

;; ;;

и ( нет реш.). Итак: х = и у=1.

.

**;**  Подставим в первое уравнение.

−; Рассмотрим два случая:

; если х, то

.

; (не уд.)

; х1= и у1=; х

Х2=- и у2=; х)

Ответ:.

**7)**; =а; а+; а2-2а+1=0, где а.

а=1;; ;3х-2у-2х=0; х=2у , где х≠0; Подставляем во второе уравнение.

4; 2у2-9у+9=0; у=3 и у=1,5, тогда х=6 и х=3.

Проверка показывает что это решение системы.

Ответ:.

**8).**

О.О.Н.; ; .

; ; ;

; , учитывая О.О. имеем: .

.

**Примеры на закрепление:**

1.;

2.;

3.;

4.;

5.;

6.;

7. ;

8. ;

9. ;

10. ;

11. ;

12. ;

13.;

14. ;

15. ;

16. ;

17. .