**Тема урока: «Объем конуса»**

**План урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Повторение основных сведений о конусе.**

**III. Историческая справка.**

**IV. Дополнительная информация о конусе.**

**V. Объяснение нового материала.**

**VI. Решение задач на объем конуса.**

**VII. Задание на дом.**

**VIII. Подведение итогов.**

**ХОД УРОКА**

**I. Организационный момент**

Учащимся сообщается план урока.

**II. Повторение основных сведений о конусе**

Определение прямого кругового конуса:

Конус – это тело, которое состоит из круга – основания конуса, точки - не лежащей в плоскости этого круга – вершины конуса, и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.

* Конусом называется поверхность, образованная вращение прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет.
* Конус называется прямым, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.
* Высотой конуса называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания.
* Осью прямого конуса называется прямая, содержащая его высоту
* Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называется осевым сечением.
* Плоскость, перпендикулярная оси конуса, отсекает от него меньший конус. Оставшаяся часть называется усеченным конусом.

**III. Историческая справка**

**Тема «Объем конуса»**

Конус в переводе с греческого “konos” означает «сосновая шишка». С конусом люди знакомы с глубокой древности. В 1906 г. была обнаружена книга Архимеда (287 – 212 гг. до н.э.) «О методе», в которой дается решение задачи об объеме общей части пересекающихся цилиндров. Архимед приписывает честь открытия этого принципа Демокриту (470 – 380 гг. до н.э.) – древнегреческому философу-материалисту. С помощью этого принципа Демокрит получил формулы для вычисления объема пирамиды и конуса.

Много сделала для геометрии школа Платона (428 – 348 гг. до н.э.). Платон был учеником Сократа (470 – 399 гг. до н.э.). Он в 387 г. до н.э. основал в Афинах Академию, в которой работал 20 лет. Каждый, входящий в Академию, читал надпись: «Пусть сюда не входит никто, не знающий геометрии». Школе Платона, в частности, принадлежит:

а) исследование свойства призмы, пирамиды, цилиндра, конуса;

б) изучение конических сечений.

Большой трактат о конических сечениях был написан Аполлонием Пергским (260 – 170 гг. до н.э.) – учеником Евклида (III в. до н. э.), который создал великий труд из 15 книг под названием «Начала». Эти книги издаются и по сей день, а в школах Англии по ним учатся до сих пор.

**ЕВКЛИД (330-275гг. до н.э.).** В своей XI книге «Начал» дается следующее определение: если вращающийся около одного из своих катетов прямоугольный треугольник слева вернется в то же самое положение, из которого он начал двигаться, то описанная фигура будет конусом. Неподвижный катет, вокруг которого поворачивается треугольник, называется осью конуса, а круг, описываемый вращающимся катетом, называется основанием конуса. **Евклид** рассматривает только прямые конусы, т.е. такие, у которых ось перпендикулярна к основанию, лишь **Аполлоний** различает прямые и косые конусы, у которых ось образует с основанием угол, отличный от прямого. В XII книге «Начал» **Евклида** содержится следующие теоремы. Объём конуса равен одной трети объёма цилиндра с равным основанием и равной высотой; доказательство этой теоремы принадлежит **Евдоксу Книдскому**. Отношение объёмов двух конусов с равными основаниями равно отношению соответствующих высот. Если два конуса равновелики, то площади их оснований обратно пропорциональны соответствующим высотами и наоборот. Строгое доказательство теорем, служащих для вывода формулы объема конуса и изложенных в пяти предложениях 12 книги “Начал” Евклида, дал **ЕВДОКС КНИДСКИЙ**. В первом из них методом исчерпывания доказывается, что объем конуса равен 1/3 объема цилиндра, имеющего то же основание и ту же высоту. В следующем предложении тем же методом доказывается, что отношение объемов конусов с равными высотами равно отношению площадей их оснований. В третьем из упомянутых предложений доказывается, что объемы 2 подобных конусов, т. е. таких, у которых оси и диаметры оснований пропорциональны, относятся как кубы диаметров. Наконец, в последних 2 предложениях устанавливается, что отношение объемов двух конусов,

площади оснований которых равны, равно отношению высот. По определению Евклида, конус образуется от вращения прямоугольного треугольника, вокруг одного из катетов.

У **Евклида** нет понятия конической поверхности, оно было введено **Аполлонием** в его “Конических сечениях”, при этом он имел в виду обе плоскости конуса. Вот что пишет

**АПОЛЛОНИЙ**:

«Если от какой-либо точки окружности круга, который не находится в одной плоскости с некоторой точкой, проводить прямые, соединяющие эту точку с окружностью, и при неподвижности точки перемещать прямую по окружности, возвращая ее туда, откуда началось движение, то поверхность, описанную прямой и составленную из 2 поверхностей, лежащих в вершине друг против друга, из которых каждая бесконечно увеличивается, если бесконечно продолжать описывающую прямую, я называю конической поверхностью, неподвижную же точку – её вершиной, а осью - прямую, проведённую через эту точку и центр круга». Определение конической поверхности **Аполлония** воспроизведено в современных школьных учебниках с существенной заменой круга на любую линию, так называемую направляющую. Площадь боковой поверхности была найдена **АРХИМЕДОМ**.

В 14-м предложении его произведения «О шаре и цилиндре» он доказал следующую теорему: «Поверхность всякого равнобедренного (т.е. прямого кругового) конуса, за вычетом основания, равна кругу, радиус которого есть средняя пропорциональная между стороной (т.е. образующей) конуса и радиуса круга, являющегося основанием конуса». «Равнобедренным» прямой круговой конус называется потому, что он имел в осевом сечении равнобедренный треугольник.

**VI. Дополнительная информация о конусе**

Знания о конусе широко применяются в жизни – в быту, на производстве, в науке. Например, в быту мы часто используем вёдра, имеющие форму усечённого конуса, служащие нам ёмкостью для различных жидкостей и сыпучих веществ. Наши растения, благоприятно развиваются в цветочных горшках. А эти предметы чаще всего имеют форму либо прямого кругового конуса, либо форму усечённого конуса. Для переливания жидкостей из более крупной посуды, в более мелкую мы используем воронку. Если присмотреться к её форме, мы заметим, что она похожа на усечённый конус. Идя по улице, мы можем увидеть человека с интересным приспособлением в руках. Это рупор. Он служит для усиления звука, то есть он является громкоговорителем. Многие музыкальные инструменты имеют конические элементы. Например, карнай средне азиатский, зурна армянская, продольная флейта. А если мы вспомним древнего музыканта, который однажды подул в кость, и превратил её в духовный инструмент. Назовём его флейтой, гобоем, кларнетом, дудкой, фаготом. Это деревянные духовные инструменты. Но есть так же группа медных духовных – валторна, труба, тромбон, туба и их разновидности.

В жизни мы нередко встречаемся с конусами. Лампа с металлическим абажуром отбрасывает пучок света в виде конуса. Причём если абажур не расположен параллельно к земле, то конус не будет являться круговым. Его основание образует вытянутая фигура, называемая эллипсом. Если из круга вырезать сектор, а затем склеить его, получиться конус. Одной из самых распространённых канцелярских принадлежностей является ручка. Она имеет конический элемент на конце. Этим элементом является зауженный конец ручки.

При построении различных зданий и сооружений очень требуются познания в области геометрии, а особенно в таком её разделе, как стереометрия. А, в свою очередь, рассматриваемая нами, фигура относится именно к этому разделу. Очень часто мы встречаем конус в элементах архитектуры. Ярким примером этого наблюдения является конус, который лежит в основании крыш домов.

1. В геологии существует понятие «конус выноса». Это форма рельефа, образованная скоплением обломочных пород (гальки, гравия, песка), вынесенными горными реками на предгорную равнину или в более плоскую широкую долину.

2. В биологии есть понятие «конус нарастания». Это верхушка побега и корня растений, состоящая из клеток образовательной ткани.

3. «Конусами» называется семейство морских моллюсков подкласса переднежаберных. Раковина коническая (2–16 см), ярко окрашенная. Конусов свыше 500 видов. Живут в тропиках и субтропиках, являются хищниками, имеют ядовитую железу. Укус конусов очень болезнен. Известны смертельные случаи. Раковины используются как украшения, сувениры.

4. По статистике на Земле ежегодно гибнет от разрядов молний 6 человек на 1 000000 жителей (чаще в южных странах). Этого бы не случалось, если бы везде были громоотводы, так как образуется конус безопасности. Чем выше громоотвод, тем больше объем такого конуса. Некоторые люди пытаются спрятаться от разрядов под деревом, но дерево не проводник, на нем заряды накапливаются, и дерево может быть источником напряжения.

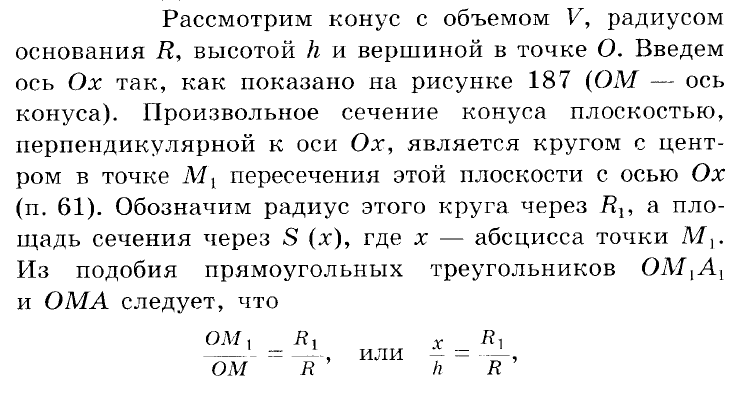
5. В физике встречается понятие «телесный угол». Это конусообразный угол, вырезанный в шаре. Единица измерения телесного угла – 1 стерадиан. 1 стерадиан – это телесный угол, квадрат радиуса которого равен площади части сферы, которую он вырезает. Если в этот угол поместить источник света в 1 канделу (1 свечу), то получим световой поток в 1 люмен. Свет от киноаппарата, прожектора распространяется в виде конуса.

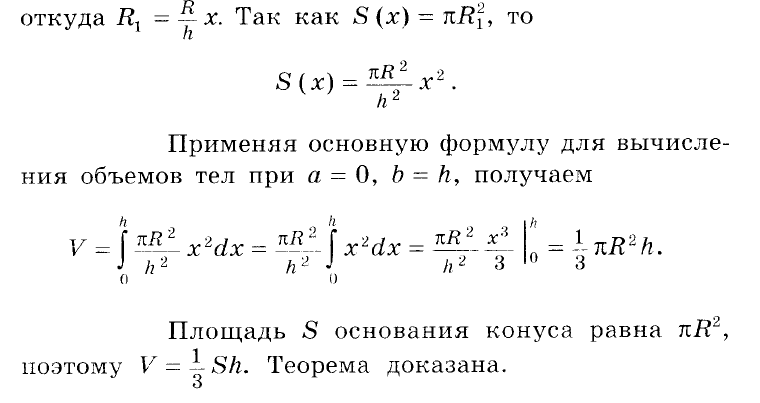
**IV. Объяснение нового материала**

**Теорема:**

***Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.***

****

****

****

**Следствие:**

***Объем усеченного конуса, высота которого равна h, а площадь оснований S и S1 , вычисляется по формуле***

****

**V. Решение задач на объем конуса**

**Задача 1.**

**Дано:**

Конус

d=8 см

l=15 см

**Найти:** Vконуса

Решение:

Vконуса =

**Задача 2.**

Во сколько раз увеличится объем кругового конуса, если: а) высоту увеличить в 3 раза; б) радиус основания увеличить в 2 раза?

**Задача 3.**

Изменится ли объем кругового конуса, если радиус основания увеличить в 2 раза, а высоту уменьшить в 2 раза?

**Задача 4.**

Высота конуса 3 см, образующая 5 см. Найдите его объем.

**Задача 5.**

Радиусы оснований усеченного конуса равны 1 и 2. Образующая наклонена к основанию под углом 45о. Найдите его объем.

**VII. Задание на дом**

1. Прямоугольный равнобедренный треугольник вращается вокруг оси, проходящей через вершину прямого угла и параллельной гипотенузе. Найти объем тела вращения, если гипотенуза равна 2a.

2. Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

3. На станции железной дороги насыпана конусообразная куча угля; ее высота 4м, уклон 1:1,5. Сколько потребуется вагонов для перевозки этого угля; грузоподъемность вагона 25т. (плотность угля 1300 кг на кубический метр).

**VIII. Подведение итогов**

Итак, мы с вами расширили понятие и представление о конусе, вывели формулу объема конуса, научились применять эту формулу при решении задач. Вопрос о конусе важен, так как конические детали имеются во многих машинах и механизмах. В автомобилях, танках, бронетранспортерах – конические шестерни; носовая часть самолетов и ракет имеет коническую форму.

**Окончание урока**

Слова Яна Амоса Коменского: «Считай несчастным тот день или тот час, в который ты не усвоил ничего нового и ничего не прибавил к своему образованию».

**Литература**

1. История древнего мира. 6 класс,
2. Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов,С.Б.Кадомцев и др. «Геометрия» 10-11 класс, «Просвещение» 2006 г,
3. И.М.Смирнова, В.А.Смирнов «Геометрия» 10-11, «Мнемозина» 2003 г,
4. Википедия,
5. Рисунки из интернет сайт <http://www.alleng.ru/>,
6. Энциклопедический словарь юных математиков. – 1985,
7. Энциклопедический словарь. – 1986.