

БОЛГАРСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Двадцатый турнир «Черноризец Храбр»
1 ноября 2011 г.

Инструкция для 7–8 классов

1. Время работы 90 минут. Не разрешается использование калькуляторов и другой вычислительной техники.
2. К каждой задаче есть 5 возможных ответов. В бланке ответов за номером задачи буквой А, Б, В, Г или Д отметьте тот ответ, который Вы считаете верным.
3. Пишите разборчиво ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами. Неоднозначно или нечетко указанный ответ может быть сочтен ошибочным. Если Вы неуверены какой ответ дать, то можете соответствующее поле не заполнять, т. е. оставить поле за номером задачи пустым.

Замечание. Чертежи не обязательно точны — они только изображают описываемую в условии конфигурацию.

Очки назначаются в соответствии с ответами как следует:

- верный ответ задачи с номером от 1 до 8 — 5 очков;
- верный ответ задачи с номером от 9 до 17 — 7 очков;
- верный ответ задачи с номером от 18 до 25 — 9 очков;
- неуказанный ответ — 3 очка;
- ошибочный ответ — 0 очков;

Задачи предложены Бориславом Лазаровым, Боянки Савовой, Ивайло Кортезовым и Йорданом Табовым.
Перевод с болгарского Бойко Банчева.

Тема составлена Бориславом Лазаровым.

Двадцатый турнир «Черноризец Храбр»

Задачи для 7–8 классов

1. $201,1 - 20,11 + 2,011 =$

А) 183,001 Б) 18,3001 В) 1830,01 Г) 1,83001 Д) 18300,1

2. Чему равна разница между наибольшим и наименьшим четырехцифрными числами, чья запись состоит из цифр 0, 1, 1 и 2?

А) девяносто восемь Б) сто восемь В) тысяча восемь
Г) две тысячи сто девяносто восемь Д) ни одно из указанных

3. Если $a \heartsuit b = \frac{a-b}{a+b}$, то какое из следующих чисел будет наибольшим?

А) $3 \heartsuit 2$ Б) $2 \heartsuit 5$ В) $7 \heartsuit 3$ Г) $6 \heartsuit 7$ Д) $5 \heartsuit 5$

4. Недельная диета «аскет» уменьшает вес на 10%. Г-жа Фета, весившая 100 кг, подвергла себе этой диете три раза подряд. Приблизительно сколько килограммов весила госпожа после данной процедуры?

А) 70 Б) 71 В) 72 Г) 73 Д) 74

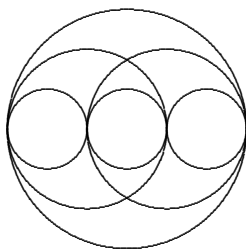
5. Какое из данных чисел является наименьшим?

А) 2^{64} Б) 4^{32} В) 8^{16} Г) 16^8 Д) 32^4

6. 55% всех учеников одной школы приезжают на автобусе, $\frac{1}{21}$ — на велосипеде, $\frac{3}{8}$ — на машине, а остальные приходят пешком. Каково наименьшее возможное число учеников, приходящих в школу пешком?

А) 23 Б) 27 В) 31 Г) 33 Д) 37

7. Фигура на чертеже — внешняя окружность с радиусом 1, в которой расположены пять окружностей: две одинаковых больших и три одинаковых меньших, касающихся как показано. В каком из указанных интервалов находится сумма длин пяти внутренних окружностей?



А) (10; 12) Б) (12; 14) В) (14; 16) Г) (16; 18) Д) (18; 20)

8. Сколько имеется кратных 3 трехцифрных чисел, записываемых только при помощи цифр 2, 3, 4 и 5 без повторений?

А) 12 Б) 6 В) 18 Г) 15 Д) 9

9. Чему равна сумма всех четырехцифрных чисел, записываемых при помощи цифр 0, 1, 1 и 2?

А) 16 444 Б) 14 222 В) 12 888 Г) 10 666

Д) ни одному из указанных

10. Семь команд проводят турнир по футболу — каждый против каждого по матчу. За победу присуждается 3 очка, за ничью — 1 очко, а за проигрыш — 0 очков. После всех встреч у команд набралось соответственно 10, 8, 7, 6, 6, 5 и 4 очка. Сколько матчей окончились вничью?

А) 17 Б) 16 В) 15 Г) 14 Д) 13

11. Чтобы купить книжку, Маше не хватает 7 лв. а Мише на эту же книжку не хватает 1 лв. Даже вместе взятые, деньги Маши и Миши опять оказались недостаточны. Сколько стоила книжка?

А) меньше 7 лв. Б) между 7 (вкл.) и 8 лв.

В) между 8 (вкл.) и 9 лв. Г) между 9 (вкл.) и 10 лв.

Д) 10 лв. или больше

12. Билеты в одном театре подешевели на 30%. Денег от проданных билетов при этом оказалось столько же, сколько планировалось получить по первоначальной цене. На сколько процентов зрителей купило билеты больше по сравнению с предполагаемым при первоначальной цене билетов числом зрителей?

- А) меньше 30 Б) между 30 и 40 В) между 40 и 50
Г) между 50 и 60 Д) между 60 и 70

13. Куб с ребром длины n составлен из единичных белых кубиков, а его поверхность покрашена синим. Получается так, что у не менее 2011 кубиков хотя бы 2 грани в синем. Найдите наименьшее возможное значение n .

- А) 144 Б) 169 В) 196 Г) 225 Д) 256

14. Батман и Робин бегут по замкнутой беговой дорожке стадиона. Стартовали они одновременно, а длина дорожки — 400 м. Когда Батман закончил первый виток, Робину оставалось еще 20 м. Приблизительно на сколько метров Батман опережал Робина, когда Робин закончил свой первый виток?

- А) 19 Б) 20 В) 21 Г) 22 Д) 23

15. Сумма любых 2011-и последовательных натуральных чисел:

- А) четна Б) нечетна
В) простое число Г) составное число
Д) ни одно из указанных не является обязательным

16. Число назовем 3, 5-суммарным, если оно является одновременно суммой 3 последовательных натуральных чисел и суммой 5 последовательных натуральных чисел. Сколько есть 3, 5-суммарных чисел, не больших 2011?

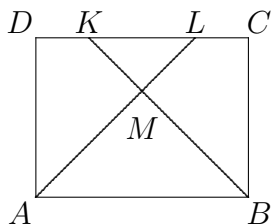
- А) меньше 50 Б) между 50 и 100 В) между 100 и 150
Г) между 150 и 200 Д) больше 200

17. В одном государстве живет 7 миллионов человек, а номера мобильных телефонов начинаются на 066, за которым следует еще 7 цифр. Встречаются все номера указанного вида. Сколько по крайней мере должно быть телефонных номеров у того, у кого их наибольшее количество?

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) 7

18. На чертеже все острые углы — по 45° , а стороны прямоугольника $ABCD$ — $AB = 4$ и $BC = 3$. В каком интервале величина площади $\triangle MLK$?

- А) $(0,78;0,89]$ Б) $(0,89;0,98]$
 В) $(0,98;1,11]$ Г) $(1,11;1,21]$
 Д) ни одно из указанных



19. Каков остаток от 2011^{2011} при делении на 9?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) 4

20. Наименьшее натуральное число, у которого ровно 15 натуральных делителей есть:

- А) 48 Б) 96 В) 144 Г) 432 Д) 16 384

21. На рассвете дня две старушки пошли по одной тропинке, но с противоположных концов. Каждая шла с одной и той же скоростью. Ровно в 12 старушки встретились и продолжили идти каждая в своем направлении. Одна из них дошла до конца тропинки к 4 часов после обеда, а другая — к 9 вечером. Когда в этот день взошло солнце?

- А) до 5:40 Б) между 5:40 и 6:10 В) между 6:10 и 6:40
 Г) между 6:40 и 7:00 Д) после 7:00

22. Обои длиной 10 м и толщиной 1 мм обмотаны плотно около трубы из картона, причем получился рулон диаметра 2 дм. Что можно утверждать относительно величины внешнего радиуса R картонной трубы в сантиметрах?

- А) $5 \leq R \leq 6,5$ Б) $6,5 < R \leq 7,5$ В) $7,5 < R \leq 8,5$
 Г) $8,5 < R \leq 9,5$ Д) $9,5 < R \leq 10,5$

23. Сколькими различными способами можно поделить, не разрывая их, 14 одинаковых кусков пиццы между 12 учениками, так что каждому досталось бы по крайней мере по куску.

А) 56 Б) 60 В) 66 Г) 72 Д) ни одно из указанных

24. 1-го августа г-н Соров купил золото за 1200 евро при курсе 60 долларов за грамм золота. 10-го августа он продал золото при курсе 1500 евро за тройскую унцию. Приблизительно сколько долларов выиграл или проиграл г-н Соров 10-го августа, если курс валют 1-го августа был 1,4 доллара за евро, 10-го августа — 1,5 доллара за евро, а килограмм золота равняется 32 тройским унциям?

А) прибыль 96 долларов Б) прибыль 216 долларов
В) убыток 144 доллара Г) убыток 196 долларов
Д) прибыль 144 доллара

25. Есть такая машина АЕ: поставив в нее прямоугольный лист, она отрежет с одного его края наибольший возможный квадрат и оставит нетронутый оставшуюся часть листа. Оператор ЧХ положил в АЕ прямоугольный лист с размерами 20×2011 , затем положил остаток от его разрезания, затем — получившийся остаток этого остатка и делал все то же, пока наконец оказалось, что остатка уже нет. Каковы были размеры последнего листа, положенного ЧХ в АЕ?

А) 1×1 Б) 2×2 В) 9×9 Г) 11×11 Д) 20×20